

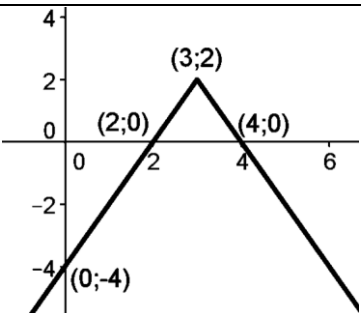
ALPHA WISKUNDE (GRAAD 11) - EKSAMEN 2016

MEMORANDUM

AFDELING A

Vraag	Antwoord				Punttoekenning	Punt	
1	C	A	B	C	D	✓✓	
2	D	A	B	C	D	✓✓	
3	B	A	B	C	D	✓✓	
4	A	A	B	C	D	✓✓	
5	A	A	B	C	D	✓✓	
6	C	A	B	C	D	✓✓	
7	C	A	B	C	D	✓✓	
8	B	A	B	C	D	✓✓	
9	D	A	B	C	D	✓✓	
10	C	A	B	C	D	✓✓	

AFDELING B

VRAAG 1 [Totaal: 14]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
1.1 (a)	A(2;-3)	✓ 2 ✓ -3	2
1.1 (b)	$ x - 2 - 3 = -2x + 4$ $ x - 2 = -2x + 7$ As $x \geq 2$: $x - 2 = -2x + 7$ $x = 3$ $f(3) = g(3) = -2$ B(3;-2)	✓ stel gelyk ✓ $x \geq 2$ en vergelyking ✓ $x = 3$ ✓ $y = -2$	4
1.1 (c)	$ x - 2 - 3 \geq 0$ $ x - 2 \geq 3$ $x - 2 \geq 3$ of $x - 2 \leq -3$ $x \geq 5$ of $x \leq -1$	✓ vergelyking ✓ $x \geq 5$ ✓ $x \leq -1$	3
1.2		✓ (0;-4) ✓ (2;0) ✓ (3;2) ✓ (4;0) ✓ vorm	5

VRAAG 2 [Totaal: 9]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
2.1	Dus $x = 1 - \sqrt{3}i$ is ook 'n nulpunt van f . $(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)$ $= (x - 1)^2 - 3i^2$ $= x^2 - 2x + 1 - 3(-1)$ $= x^2 - 2x + 4$ is 'n faktor van f	✓ ander nulpunt ✓ uitdrukking ✓ vereenvoudig	3
2.2	$ \begin{array}{r} x^2 - 2x + 4 \quad \begin{array}{r} x^2 \quad +3 \\ \hline x^4 - 2x^3 \quad 7x^2 - 6x + 12 \\ x^4 - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline 3x^2 \\ \quad \quad \quad 3x^2 - 6x + 12 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} $ $\therefore f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 4) = 0$ $(x - \sqrt{3}i)(x + \sqrt{3}i)(x - 1 \pm \sqrt{3}i) = 0$ $\therefore x = \pm\sqrt{3}i$ of $x = 1 \pm \sqrt{3}i$	✓✓ langdeling ✓ $(x^2 + 3)$ ✓ faktoreer ✓ $x = \pm\sqrt{3}i$ ✓ $x = 1 \pm \sqrt{3}i$	6

VRAAG 3 [Totaal: 10]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
3	$ \frac{3x^3 - 2x - 4}{x^2(x^2 + x + 1)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + x + 1} $ $\therefore 3x^3 - 2x - 4$ $\equiv Ax(x^2 + x + 1) + B(x^2 + x + 1)$ $\quad + (Cx + D)x^2$ $= Ax^3 + Ax^2 + Ax + Bx^2 + Bx + B + Cx^3 + Dx^2$ $= x^3(A + C) + x^2(A + B + D) + x(A + B) + B$ $A + C = 3$ en $A + B + D = 0$ en $A + B = -2$ $\therefore B = -4, A = 2, D = 2, C = 1$ $ \therefore \frac{3x^3 - 2x - 4}{x^4 + x^3 + x^2} \equiv \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{x + 2}{x^2 + x + 1} $	✓ faktoreer ✓ identiteit RK ✓✓✓ vereenvoudig ✓ $B = -4$ ✓ $A = 2$ ✓ $D = 2$ ✓ $C = 1$ ✓ finale antwoord	10

VRAAG 4 [Totaal: 10]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
4	<p>Stel $n = 1$: LK = 1 RK = 1 \therefore LK = RK \therefore waar as $n = 1$</p> <p>Aanvaar dis waar as $n = k$: $1 + 5 + 9 + \dots + (4k - 3) = k(2k - 1)$</p> <p>Stel $n = k + 1$: LK = $1 + 5 + \dots + (4k - 3) + (4(k + 1) - 3)$ $= k(2k - 1) + 4(k + 1) - 3$ $= 2k^2 - k + 4k + 4 - 3$ $= 2k^2 + 3k + 1$ $= (2k + 1)(k + 1)$</p> <p>RK = $(k + 1)(2(k + 1) - 1)$ $= (k + 1)(2k + 1)$</p> <p>\therefore LK = RK</p> <p>Bewering is waar as $n = 1$. As dit waar is vir $n = k$, is dit ook waar vir $n = k + 1$. Dus waar vir alle $n \in \mathbb{N}$.</p>	<p>✓ LK en RK</p> <p>✓ waar as $n = 1$</p> <p>✓ Aanvaar...</p> <p>✓ Stelling met k</p> <p>✓ Stel $n = k + 1$</p> <p>✓ LK + $(k + 1)$ term</p> <p>✓✓ vereenvoudig</p> <p>✓ RK</p> <p>✓ storie</p>	10

VRAAG 5 [Totaal: 15]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
5.1	$126720 = \binom{12}{r} \left(\frac{b}{x}\right)^{12-r} (-x^2)^r$ $126720 = \binom{12}{r} b^{12-r} (-1)^r x^{-12+3r}$ $\therefore -12 + 3r = 0 \Rightarrow r = 4$ $126720 = \binom{12}{4} b^{12-4} (-1)^4 x^0$ $126720 = 495b^8$ $b = 2 \quad (b > 0)$	<p>✓ $\binom{12}{r}$ ✓ $\left(\frac{b}{x}\right)^{12-r}$</p> <p>✓ $(-x^2)^r$</p> <p>✓ vereenvoudig</p> <p>✓ $r = 4$</p> <p>✓ $495b^8$</p> <p>✓ $b = 2$</p>	7
5.2 (a)	$(1 - 2x)^{\frac{1}{2}}$ $= 1 + (-2x) \binom{1}{2} + \frac{\binom{1}{2} \binom{-1}{2}}{2!} (-2x)^2$ $+ \frac{\binom{1}{2} \binom{-1}{2} \binom{-3}{2}}{3!} (-2x)^3 + \dots$ $= 1 - x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3$	<p>✓✓✓✓ elke term</p> <p>✓ antwoord (4 terme)</p>	5
5.2 (b)	$\sqrt{80} = \sqrt{100 \times 0,8} = 10\sqrt{1 - 2(0,1)}$ $\therefore 10 \left(1 - 0,1 - \frac{1}{2}(0,1)^2 - \frac{1}{2}(0,1)^3\right)$ $= 8,945$ (korrek tot 3 desimale syfers)	<p>✓ 10</p> <p>✓ substitusie van 0,1</p> <p>✓ antwoord</p>	3

MEMORANDUM

VRAAG 6 [Totaal: 10]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
6.1	$s = r\theta$ $2\pi = 12\theta$ $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad	$\checkmark s = 2\pi$ $\checkmark r = 12$	2
6.2	$OA^2 = OB^2 - AB^2$ Pythagoras $= 12^2 - 6^2 = 108$ $OA = 6\sqrt{3}$ cm	\checkmark Stelling + Rede $\checkmark OB = 12$ $\checkmark AB = 6$	3
6.3	$\text{Oppv } \triangle ABO = \frac{1}{2}(6\sqrt{3})(6) = 18\sqrt{3} = 31,18$ $\text{Oppv sektor OBC} = \frac{1}{2}(12)^2 \left(\frac{\pi}{6}\right) = 12\pi = 37,70$ $\text{Oppv geskakeerde deel} = 12\pi - 18\sqrt{3}$ $= 6,52 \approx 7 \text{ cm}^2$	$\checkmark\checkmark$ Oppv $\triangle ABO$ $\checkmark\checkmark$ Oppv sektor OBC \checkmark antwoord (heelgetal)	5

VRAAG 7 [Totaal: 12]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
7.1	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 2x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} x - 2 = 0$ Dus die $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ (die limiet bestaan) $f(2) = 3$ Dus die $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$ Verwyderbare diskontinuiteit by $x = 2$	\checkmark limiet = 0 \checkmark limiet = 0 $\checkmark f(2) = 3$ \checkmark rede \checkmark verwyderbare	5
7.2	Nee, want f is diskontinu by $x = 2$. (Stelling: as 'n funksie diskontinu is in die punt, is die funksie ook nie differensieerbaar in die punt)	\checkmark Nee \checkmark ...diskontinu...	2
7.3	$\lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 3x^{-2} = 3$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} 2x - 2 = -4$ $\therefore \lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x)$ Dus $f(x)$ is nie differensieerbaar in die punt $x = -1$ nie.	$\checkmark 3x^{-2}$ $\checkmark 3$ $\checkmark 2x - 2$ $\checkmark -4$ \checkmark antwoord	5

VRAAG 8 [Totaal: 22]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
8.1	$f(x+h) - f(x)$ $= \frac{1}{\sqrt{2(x+h)+1}} - \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ $= \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{2(x+h)+1}}{\sqrt{2(x+h)+1}\sqrt{2x+1}} \times \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2(x+h)+1}}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2(x+h)+1}}$ $= \frac{2x+1 - [2(x+h)+1]}{\sqrt{2(x+h)+1}\sqrt{2x+1}[\sqrt{2x+1} + \sqrt{2(x+h)+1}]}$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h}{h\sqrt{2(x+h)+1}\sqrt{2x+1}[\sqrt{2x+1} + \sqrt{2(x+h)+1}]}$ $= \frac{-2}{\sqrt{2x+1}\sqrt{2x+1}[\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x+1}]}$ $= \frac{-2}{\sqrt{2x+1}\sqrt{2x+1} \cdot 2\sqrt{2x+1}}$ $= \frac{-1}{(2x+1)^{\frac{3}{2}}}$	<p>✓ $f(x+h) - f(x)$</p> <p>✓✓</p> <p>✓ vereenvoudig</p> <p>✓ formule</p> <p>✓ $h = 0$</p> <p>✓ antwoord</p>	7
8.2 (a)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\tan 5x)^2}} \cdot \sec^2 5x \cdot 5$	✓✓✓	3
8.2 (b)	<p>Produkreël:</p> $(\cos 3x \cdot 3 - 3x^2)(\sec^4 2x)$ $+ (\sin 3x - x^3)4 \sec^3 2x \cdot \sec 2x \tan 2x \cdot 2$	<p>✓✓✓</p> <p>✓✓✓</p>	6
8.3 (c)	<p>Kwosiënt reël:</p> $\frac{(8x^3 - 16x)(x^5 - 6x) - (2x^4 - 8x^2)(5x^4 - 6)}{(x^5 - 6x)^2}$	<p>✓✓✓✓✓</p> <p>✓</p>	6

VRAAG 9 [Totaal: 15]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
9.1	$\frac{7}{3}x^3 - \frac{2}{5}\cos 5x + k$	✓✓✓ elke term	3
9.2	$\int \sec^2(5x+1) - 1 \, dx$ $= \frac{1}{5}\tan(5x+1) - x + k$	<p>✓ identiteit</p> <p>✓✓ elke term</p>	3
9.3	$\int 2(9-x)^{-\frac{1}{2}} \, dx$ $= \frac{2(9-x)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{2}\right)(-1)} + k$ $= -4(9-x)^{\frac{1}{2}} + k$	<p>✓ verander $\sqrt{\quad}$</p> <p>✓ mag +1</p> <p>✓ $\left(\frac{1}{2}\right)$</p> <p>✓ (-1)</p>	4
9.4	$\int \frac{2}{3\sqrt{1 - \left(\frac{x}{3}\right)^2}} \, dx$ $= \frac{2}{3} \text{bgsin} \left(\frac{x}{3}\right) \cdot 3 + k$	<p>✓ 3</p> <p>✓✓ $\left(\frac{x}{3}\right)$</p> <p>✓✓</p>	5

VRAAG 10 [Totaal: 13]			
Vraag	Antwoord	Punttoekenning	Punt
10.1	$f(x) = 3 \sin x - 2$ $f'(x) = 3 \cos x$ $a_{n+1} \approx a_n - \frac{3 \sin a_n - 2}{3 \cos a_n}$ $a_1 = 1$ $a_2 = 0,676469$ $a_3 = 0,728564$ $a_4 = 0,729727$ $a_5 = 0,729727$ $x \approx 0,72973$ (korrek tot 5 desimale syfers)	$\checkmark f'(x)$ $\checkmark\checkmark$ formule $\checkmark\checkmark$ antwoord	5
10.2	$V = \pi \int_0^p [2 + \cos x]^2 dx$ $\frac{27}{2}\pi^2 = \pi \int_0^p 4 + 4 \cos x + \cos^2 x dx$ $\frac{27}{2}\pi = \int_0^p 4 + 4 \cos x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x dx$ $\frac{27}{2}\pi = \frac{9}{2}x + 4 \sin x + \frac{1}{4} \sin 2x \Big _0^p$ $\frac{27}{2}\pi = \frac{9}{2}p + 4 \sin p + \frac{1}{4} \sin 2p - 0$ $\frac{27}{2}\pi = \frac{9}{2}p$ $p = 3\pi$ (in terme van π)	\checkmark formule \checkmark kwadreer \checkmark vervang $\checkmark\checkmark\checkmark$ integreer \checkmark vervang p in \checkmark antwoord	8

TOTAAL: 150

- EINDE VAN DIE MEMORANDUM -