

α -WISKUNDE

Graad 11

Tyd: $2\frac{1}{2}$ ure

Eksaminator: Pieter van Onselen

Totaal: 150 punte

Moderator: Anna Muller

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye en 'n antwoordblad van 1 bladsye.
2. Beantwoord AL 8 vrae.
3. Nommer die antwoorde net soos in die vraestel genommer.
4. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld.
5. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot twee desimale syfers afgerond word.
6. Dui alle noodsaaklike berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
7. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
8. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde met hoeke moet in radiale gegee word.
10. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

1.8 Gegee:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{as } x \leq 1 \\ ax - 1 & \text{as } x > 1 \end{cases}$$

Indien f kontinu is by $x = 1$, dan is

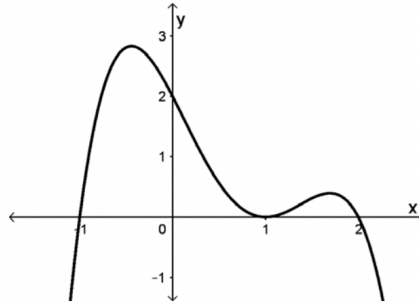
(A) $a = 1$

(B) $a = 0$

(C) $a = 2$

(D) $a = 3$

1.9 Gegee die funksie $f(x)$. Die funksie het draaipunte by $x = -\frac{1}{2}$, $x = 1$ en $x = 1,7$.



Indien Newton se metode gebruik word om die x -afsnit te bepaal. Watter begin waarde kan gebruik word om die x -afsnit $x = 1$ te bepaal.

(A) $x_0 = -0,8$

(B) $x_0 = 1,7$

(C) $x_0 = -0,4$

(D) $x_0 = 2,1$

1.10 Indien ons $\frac{f(x)}{(x^2+1)^2(x-1)}$, opbreek in parsieë breuke kry ons:

(A) $\frac{Ax+B}{(x^2+1)^2} + \frac{C}{(x-1)}$

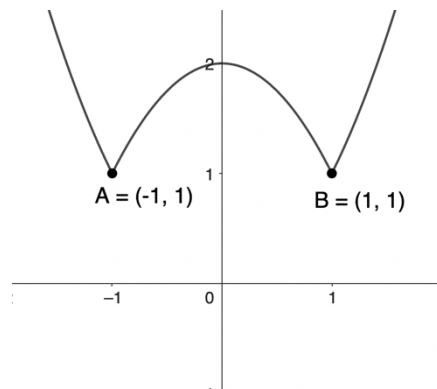
(B) $\frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)^2} + \frac{E}{(x-1)}$

(C) $\frac{A}{(x^2+1)} + \frac{B}{(x^2+1)^2} + \frac{C}{(x-1)}$

(D) $\frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)} + \frac{E}{(x-1)}$

Vraag 2**[17 punte]**

- 2.1 Gegee funksie $h(x) = -|2 - x| + 1$ en $g(x) = 2x - 2$.
- 2.1.1 Bepaal die knakpunt van $h(x)$. (2)
- 2.1.2 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $h(x) < -2$. (4)
- 2.1.3 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $g(x) = h(x)$. (5)
- 2.2 Skets die grafiek van h op DIAGRAMBLAD 1 (4)
- 2.3 Die funksie $f(x) = x^2 - 1$, met x -afsnitte $x = 1$ en $x = -1$ en y -afsnit $y = -1$.
 $f(x)$ word verander om 'n nuwe funksie $h(x)$ te vorm. (2)
 Die skets toon $h(x)$. Indien $A(-1; 1)$ en $B(1; 1)$ bepaal die vergelyking van die $h(x)$.

**Vraag 3****[21 punte]**

- 3.1 Indien $x - 1 - 3i$ 'n nulpunt is van $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 22x - 10$. Faktoriseer $f(x)$ volledig in $R[x]$. (5)
- 3.2 Ontbind $\frac{2x^2-1}{x^4+x^2}$ volledig in parsieële breuke. (8)
- 3.3 Gebruik wiskundige induksie en bewys dat: (8)

$$\sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Vraag 4**[8 punte]**

- 4.1 Gegee die vierde term in magreeks: $\sqrt[3]{1 - ax}$ is $-\frac{5}{3}x^3$. (4)
 Bepaal die waarde van a .
- 4.2 Bepaal die koëffisiënt van x^4 in $\left(x^4 + \frac{2}{x}\right)^6$. (4)

Vraag 5**[18 punte]**

5.1 Gegee drie punte $A(-1; 0; -2)$, $B(1; x; 1)$ en $C(2; 1; 1)$ van die driehoek ABC .

5.1.1 Bepaal die vektore \overline{BA} en \overline{BC} in terme van x . (2)

5.1.2 Indien ΔABC 'n reghoekige driehoek is met hoek $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{2}$. (4)

Gebruik puntproduk en bepaal die waarde van x , waar $x > 0$ en $x \in \mathbb{R}$.

5.2 Die volgende vektore word gegee:

$$\mathbf{a} = -i + 2j + k$$

$$\mathbf{b} = (-2; 1; 5)$$

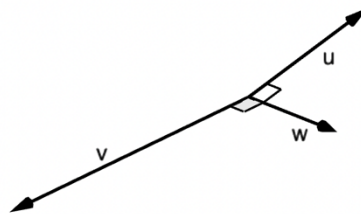
5.2.1 Bepaal $|\mathbf{a}|$ en $|\mathbf{b}|$ die groottes van vektor \mathbf{a} en \mathbf{b} . (2)

5.2.2 Gebruik die rigtingskosinusse en bepaal die hoek wat vektor \mathbf{a} maak met die y -as. (2)

5.2.3 Bepaal die hoek tussen vektor \mathbf{a} en \mathbf{b} . (4)

5.3 Die skets toon twee vektore $\mathbf{u} = (1; 2; 1)$ en $\mathbf{v} = (-2; -4; -1)$.

Bepaal die vektor \mathbf{w} wat loodreg is op beide \mathbf{u} en \mathbf{v} . (4)

**Vraag 6****[27 punte]**

6.1 Gegee die funksie:

$$f(x) = \begin{cases} -x + \frac{\pi}{2} & \text{as } x \leq 0 \\ b \cos(x) & \text{as } 0 \leq x < 1 \\ (x-1)^2 - 1 & \text{as } x \geq 1 \end{cases}$$

6.1.1 Bespreek met redes die kontinuïteit van $f(x)$ by $x = 1$. (4)

6.1.2 Gegee dat $f(x)$ kontinu is by $x = 0$.

Bepaal of $f(x)$ differensieerbaar is by $x = 0$. (5)

6.2 Differensieer die volgende:

6.2.1 $D_x \left[(\sin^2 3x) \left(\frac{1}{x^2} \right) \right]$ (4)

6.2.2 $f'(x)$ as $f(x) = \frac{bgsin(2x)}{\cot(5x)}$ (4)

6.3 Gegee $f(x) = 3bgtan(x + 1)$

6.3.1 Skets die grafiek van f . Gebruik DIAGRAMBLAD 2. (4)

6.3.2 Bepaal die inverse van f in die vorm $y = \dots$ (3)

6.3.3 Bepaal die *gradiënt* van f by $x = 1$. (3)

Vraag 7

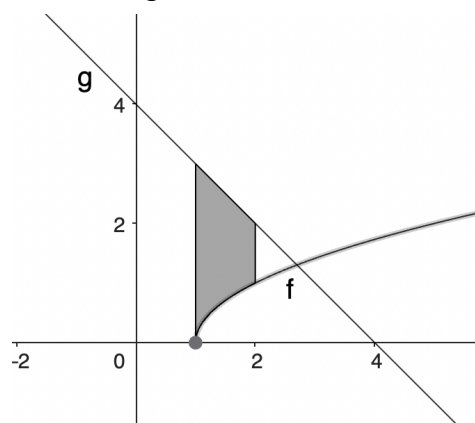
[23 punte]

7.1 Bepaal die volgende.

7.1.1 $\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + \sec^2(3x) - \frac{\pi}{2} \right) dx$ (4)

7.1.2 $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ (4)

7.2 Die skets toon $f(x) = \sqrt{x-1}$ en $g(x) = 4-x$.



7.2.1 Gebruik Newton-Rhaphson se metode en bepaal x -koordinaat van die snypunt van $f(x)$ en $g(x)$ akkuraat tot **5 desimale**. Begin met $x = 2$ as die eerste benadering.

Gebruik die funksie $h(x) = 4 - x - \sqrt{x-1}$. (5)

7.2.2 Bepaal die oppervlakte van die gearseerde gebied tussen $x = 1$ en $x = 2$. (6)

7.2.3 Bepaal die volume van die omwentelingsliggaam wat ontstaan as $f(x)$

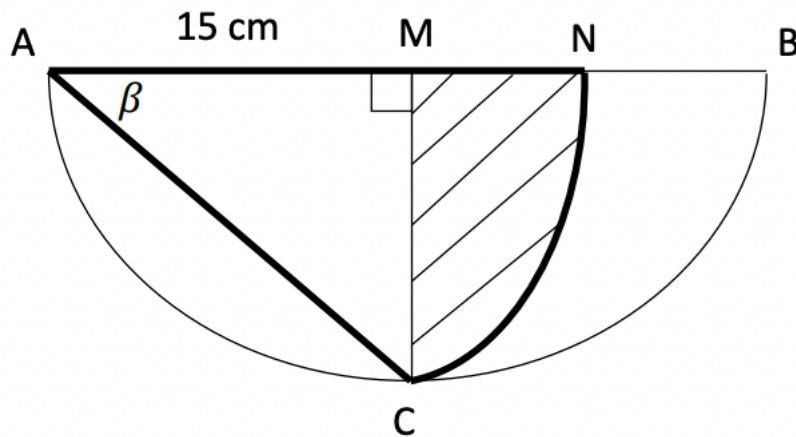
om die x -as roteer, tussen die punte $x = 2$ en $x = 1$.

Gee die antwoord in terme van π . (4)

Vraag 8**[14 punte]**

8.1 ABC is 'n halwe sirkel met middelpunt M . ACN is 'n sektor met middelpunt A .

$$AM = 15 \text{ cm} \text{ en } \widehat{AMC} = \frac{\pi}{2}.$$



8.1.1 Bepaal AC die radius van sektor ACN . Los die antwoord in wortelvorm. (2)

8.1.2 Indien $AC = 21$ is en bereken die omtrek van CMN . (3)

8.1.3 Bereken die oppervlakte van die gearseerde gebied CMN . (5)

8.2 Die oppervlakte van 'n sektor is 20 cm^2 .

8.2.1 Gee die formule van die oppervlakte van 'n sektor in terme van die booglangte(s) en θ . (2)

8.2.2 Indien die booglangte verdubbel bereken die nuwe oppervlakte. (2)

- EINDE VAN DIE VRAESTEL -

Alpha Wiskunde Formuleblad

Alpha Mathematics Formula Sheet

ALGEBRA:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$ x = \begin{cases} x & \text{as / if } x \geq 0 \\ -x & \text{as / if } x < 0 \end{cases}$	Cramer se reël / Cramer's rule $x_i = \frac{ A_i }{ A }$
$(a + b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$	$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$; mits / if $ x < 1$	

VEKTORE

$ AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$	$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$
$ OP = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	$\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{p} \mathbf{q} \cos \theta$ $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \mathbf{b} \sin \theta \cdot \mathbf{n}$	$\alpha = \frac{\text{bgcos}(u_n)}{\text{arccos}\left(\frac{u_n}{ \mathbf{u} }\right)}$

CALCULUS

$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$	$\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = f(g(x)) + k$
$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$	$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx + k$

TRIGONOMETRIE / TRIGONOMETRY

In 'n sektor / In a sector: $s = r\theta$ en / and $A = \frac{1}{2}r^2\theta$		
Identiteite / Identities:		
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$	$\cot^2 x + 1 = \text{cosec}^2 x$
$\text{cosec } x = \frac{1}{\sin x}$	$\sec x = \frac{1}{\cos x}$	$\cot x = \frac{1}{\tan x}$

TABEL MET AFGELEIDES / TABLE WITH DERIVATIVES

$F(x)$	$F'(x)$
ax^n	nax^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
bgsin x arcsin x	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
bgsin x arcsin x	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
bgtan x arctan x	$\frac{1}{x^2 + 1}$
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$

Alpha Wiskunde Graad 11 - Finale examen 2025
ANTWOORDBLAD

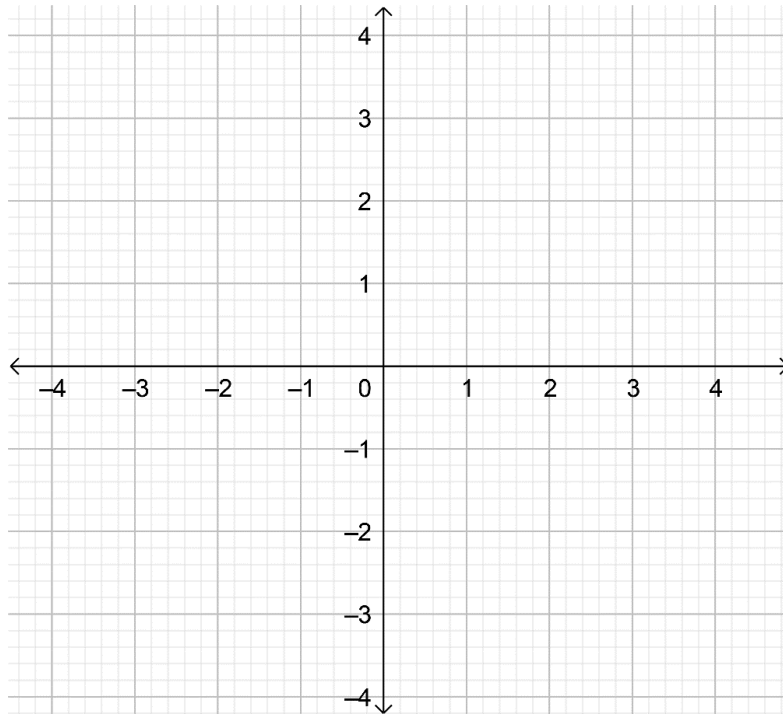
Naam en Van:

Vraag Totaal	1 [20]	2 [17]	3 [21]	4 [8]	5 [20]	6 [25]	7 [23]	8 [14]	TOTAAL 150
Leerder punt									

Vraag 1

1.1	A	B	C	D
1.2	A	B	C	D
1.3	A	B	C	D
1.4	A	B	C	D
1.5	A	B	C	D
1.6	A	B	C	D
1.7	A	B	C	D
1.8	A	B	C	D
1.9	A	B	C	D
1.10	A	B	C	D

DIAGRAMBLAD 1 Vraag 2.2



DIAGRAMBLAD 2 Vraag 6.3.1

